2019北京朝阳高三（上）期末 数 学（理）

2019．1

（考试时间120分钟 满分150分）

本试卷分为选择题（共40分）和非选择题（共110分）两部分

**第一部分（选择题 共40分）**

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.已知集合，，则

A. B. C. D.

开始

结束

**

输出*S*

是

否

输入*S*



S=S-2n



2.设复数满足，则=

A. B. C.2 D.

3.执行如图所示的程序框图，若输入的，则输出的=

A.　    B. 　     C.　      D.

4.在平面直角坐标系中，过三点的圆被轴

截得的弦长为

A. B. C. D.

5.将函数的图象向右平移个单位后，图象经过

点，则的最小值为

A. B. C. D.

6. 设为实数，则是 “”的

A.充分而不必要条件 B.必要而不充分条件

C.充分必要条件 D.既不充分也不必要条件

7.对任意实数，都有（且），则实数的取值范围是

A.  B. C.  D.

8.以棱长为1的正方体各面的中心为顶点，构成一个正八面体，再以这个正八面体各面的中心为顶点构成一个小正方体，那么该小正方体的棱长为

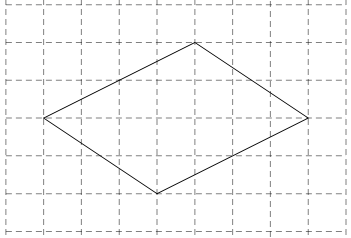
A. B. C. D.

**第二部分（非选择题 共110分）**

**二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．把答案填在答题卡上．**

9.已知数列为等差数列，为其前项的和.若，，则\_\_\_\_\_\_\_.

10.已知四边形的顶点*A*，*B*，*C*，*D*在边长为1的正方形网格中的位置如图所示，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



*B*

*D*

*C*

*A*

11.如图，在边长为1的正方形网格中，粗实线表示一个三棱锥的三视图，则该三棱锥的体积为 ．

12.过抛物线焦点的直线交抛物线于两点，分别过作准线的垂线，垂足分别为.若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13. 2018年国际象棋奥林匹克团体赛中国男队、女队同时夺冠.国际象棋中骑士的移动规则是沿着3×2格或2×3格的对角移动.在历史上，欧拉、泰勒、哈密尔顿等数学家研究了“骑士巡游”问题：在格的黑白相间的国际象棋棋盘上移动骑士，是否可以让骑士从某方格内出发不重复地走遍棋盘上的每一格？

图（一）给出了骑士的一种走法，它从图上标1的方格内出发，依次经过标2,3,4,5,6,,到达标64的方格内，不重复地走遍棋盘上的每一格，又可从标64的方格内直接走回到标1的方格内.如果骑士的出发点在左下角标50的方格内，按照上述走法， （填“能”或“不能”）走回到标50的方格内.

若骑士限制在图（二）中的3×4=12格内按规则移动，存在唯一一种给方格标数字的方式，使得骑士从左上角标1的方格内出发，依次不重复经过2,3,4,5,6,,到达右下角标12的方格内，分析图（二）中A处所标的数应为\_\_\_\_.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 35 | 38 | 27 | 16 | 29 | 42 | 55 | 18 |
| 26 | 15 | 36 | 39 | 54 | 17 | 30 | 43 |
| 37 | 34 | 13 | 28 | 41 | 32 | 19 | 56 |
| 14 | 25 | 40 | 33 | 20 | 53 | 44 | 31 |
| 63 | 12 | 21 | 52 | 1 | 8 | 57 | 46 |
| 24 | 51 | 64 | 9 | 60 | 45 | 2 | 5 |
| 11 | 62 | 49 | 22 | 7 | 4 | 47 | 58 |
| 50 | 23 | 10 | 61 | 48 | 59 | 6 | 3 |

图（一）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  |  |
| A |  |  |  |
| 3 |  |  | 12 |

图（二）

14.如图，以正方形的各边为底可向外作四个腰长为1的等腰三角形，则阴影部分面积的最大值是 .

****

**三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．**

15.（本小题满分13分）

在中，已知，

（Ⅰ）求的长；

（Ⅱ）求边上的中线的长.

16.（本小题满分13分）

某日A,B,C三个城市18个销售点的小麦价格如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 销售点序号 | 所属城市 | 小麦价格（元/吨） | 销售点序号 | 所属城市 | 小麦价格（元/吨） |
| 1 | A | 2420 | 10 | B | 2500 |
| 2 | C | 2580 | 11 | A | 2460 |
| 3 | C | 2470 | 12 | A | 2460 |
| 4 | C | 2540 | 13 | A | 2500 |
| 5 | A | 2430 | 14 | B | 2500 |
| 6 | C | 2400 | 15 | B | 2450 |
| 7 | A | 2440 | 16 | B | 2460 |
| 8 | B | 2500 | 17 | A | 2460 |
| 9 | A | 2440 | 18 | A | 2540 |

（Ⅰ）甲以B市5个销售点小麦价格的中位数作为购买价格，乙从C市4个销售点中随机挑选2个了解小麦价格.记乙挑选的2个销售点中小麦价格比甲的购买价格高的个数为，求的分布列及数学期望；

（Ⅱ）如果一个城市的销售点小麦价格方差越大，则称其价格差异性越大.请你对A,B,C三个城市按照小麦价格差异性从大到小进行排序（只写出结果）.

17.（本小题满分14分）

如图，三棱柱的侧面是平行四边形，，平面平面，且分别是的中点.

（Ⅰ）求证：平面；

（Ⅱ）当侧面是正方形，且时，

（ⅰ）求二面角的大小；

（ⅱ）在线段上是否存在点，使得？若存在，指出点的位置；若不存在，请说明理由.

18.（本小题满分13分）

已知函数.

（Ⅰ）当时，求函数的极小值；

（Ⅱ）当时，讨论的单调性；

（Ⅲ）若函数在区间上有且只有一个零点，求的取值范围.

19.（本小题满分14分）

过椭圆*W*:的左焦点作直线交椭圆于**两点，其中，另一条过的直线交椭圆于**两点（不与重合），且点不与点重合. 过作轴的垂线分别交直线，于,.

（Ⅰ）求点坐标和直线的方程；

（Ⅱ）求证：.

20.（本小题满分13分）

已知是由正整数组成的无穷数列，对任意，满足如下两个条件：

①是的倍数；

②.

（Ⅰ）若，，写出满足条件的所有的值；

（Ⅱ）求证：当时，；

（Ⅲ）求所有可能取值中的最大值.

数学试题答案

一、选择题（40分）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | D | B | A | A | B | C | B | C |

二、填空题（30分）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | | 14 |
| 答案 |  |  |  |  | 能 |  |  |

三、解答题（80分）

15. （本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由，，所以.

由正弦定理得，，即. .……… 6分

（Ⅱ）在中，.

由余弦定理得，,

所以.

所以. ……………… 13分

16. （本小题满分13分）

解：（Ⅰ）B市共有5个销售点，其小麦价格从低到高排列为：2450，2460，2500，2500，2500.所以中位数为2500，所以甲的购买价格为2500.

C市共有4个销售点，其小麦价格从低到高排列为：2400，2470，2540，2580，

故的可能取值为0，1，2.

， ，.

所以分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

所以数学期望.

……… 10分

（Ⅱ）三个城市按小麦价格差异性从大到小排序为：C,A,B ……… 13分

17. （本小题满分14分）

证明：（Ⅰ）取中点，连，连.

在△中，因为分别是中点，

所以，且.

在平行四边形中，因为是的中点，

所以，且.

所以，且.

所以四边形是平行四边形.

所以.

又因为平面，平面，

所以平面. …………………4分

（Ⅱ）因为侧面是正方形，所以.

又因为平面平面，且平面平面，

所以平面.所以.

又因为，以为原点建立空间直角坐标系，如图所示.

设，则，

.

（ⅰ）设平面的一个法向量为.

由得即令，所以.

又因为平面，所以是平面的一个法向量.

所以.

由图可知，二面角为钝角，所以二面角的大小为.

……………10分

（ⅱ）假设在线段上存在点，使得.

设，则.

因为

，

又，

所以.

所以.

故点在点处时，有 .…………14分

18.（本小题满分13分）

解：(Ⅰ) 当时：，令解得，

又因为当，，函数为减函数；

当，，函数为增函数.

所以，的极小值为. .…………3分

（Ⅱ）.

当时，由，得或.

(ⅰ)若，则.故在上单调递增；

（ⅱ）若，则.故当时，；

当时，.

所以在，单调递增，在单调递减.

(ⅲ)若，则.故当时，；

当时，.

所以在，单调递增，在单调递减.

.…………8分

（Ⅲ）(1)当时，，令，得.因为当时，，

当时，，所以此时在区间上有且只有一个零点.

(2)当时：

（ⅰ）当时，由（Ⅱ）可知在上单调递增，且，，此时在区间上有且只有一个零点.

（ⅱ）当时，由（Ⅱ）的单调性结合，又，

只需讨论的符号：

当时，，在区间上有且只有一个零点；

当时，，函数在区间上无零点.

(ⅲ)当时，由（Ⅱ）的单调性结合，，，此时在区间上有且只有一个零点.

综上所述，. .…………13分

19. （本小题满分14分）

解：（Ⅰ）由题意可得直线的方程为.与椭圆方程联立,由

可求. ……………4分

（Ⅱ）当与轴垂直时，**两点与,两点重合，由椭圆的对称性，.

当不与轴垂直时，

设，，的方程为（）.

由消去，整理得.

则，.

由已知，，

则直线的方程为，令，得点的纵坐标.把代入得.

由已知，，则直线的方程为,令，得点 的纵坐标.把代入得.



把，代入到中，

=.

即，即. .…………14分

20. （本小题满分13分）

（Ⅰ）的值可取. .…………3分

（Ⅱ）由，对于任意的，有.

当时，，即，即.

则成立.

因为是的倍数，所以当时，有成立.

若存在使，依以上所证，这样的的个数是有限的，设其中最大的为.

则,成立，因为是的倍数，故.

由,得.

因此当时，. …………8分

（Ⅲ）由上问知，因为且是的倍数，

所以满足下面的不等式：

 ，.

则,, ,,,,,,

,,当时，这个数列符合条件.

故所求的最大值为85. ………13分