海淀区高三年级第一学期期末练习

数 学 2020. 01

本试卷共4页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合，，，则集合是

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

（2）抛物线的焦点坐标为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

（3）下列直线与圆相切的是

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

（4）已知，且，则

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

（5）在的展开式中，的系数为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

（6）已知平面向量满足，且，则的值为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

（7）已知, , 是三个不同的平面，且，，则“”是“”的

|  |  |
| --- | --- |
| （A）充分而不必要条件 | （B）必要而不充分条件 |
| （C）充分必要条件 | （D）既不充分也不必要条件 |

（8）已知等边△边长为3. 点*D*在*BC*边上，且，. 下列结论中错误的是

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

（9）声音的等级（单位：dB）与声音强度（单位：）满足. 喷气式飞机起飞时，声音的等级约为140dB；一般说话时，声音的等级约为60dB，那么喷气式飞机起飞时声音强度约为一般说话时声音强度的

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A）倍 | （B）倍 | （C）倍 | （D）倍 |

（10）若点为点在平面上的正投影，则记. 如图，在棱长为1的正方体中，记平面为，平面为，点是棱上一动点（与，不重合），，. 给出下列三个结论：

①线段长度的取值范围是；

②存在点使得∥平面；

③存在点使得.

其中，所有正确结论的序号是

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （A）①②③ | （B）②③ | （C）①③ | （D）①② |

第二部分（非选择题 共110分）

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。

（11）在等差数列中，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

（12）若复数，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

（13）已知点*A*，点**,**分别为双曲线 的左、右顶点. 若△*ABC*为正三角形，则该双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

（14）已知函数在区间上存在最小值，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

（15）用“五点法”作函数的图象时，列表如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

则\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

（16）已知曲线*C*：（为常数）.

（i）给出下列结论：

①曲线*C*为中心对称图形；

②曲线*C*为轴对称图形；

③当时，若点在曲线上，则或.

其中，所有正确结论的序号是 .

（ii）当时，若曲线所围成的区域的面积小于，则的值可以是 .（写出一个即可）

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

（17）（本小题共13分）

已知函数.

（Ⅰ）求函数的单调递增区间；

（Ⅱ）若在区间上的最大值为，求的最小值.

（18）（本小题共13分）

如图，在三棱锥中，平面平面，△和△均是等腰直角三角形，，，，分别为, 的中点.

（Ⅰ）求证：平面；

（Ⅱ）求证：；

（Ⅲ）求直线与平面所成角的正弦值.

（19）（本小题共13分）

某市《城市总体规划（2016—2035年）》提出到2035年实现“15分钟社区生活圈”全覆盖的目标，从教育与文化、医疗与养老、交通与购物、休闲与健身4个方面构建 “15分钟社区生活圈”指标体系，并依据“15分钟社区生活圈”指数高低将小区划分为：优质小区（指数为0.6~1）、良好小区（指数为0.4~0.6）、中等小区（指数为0.2~0.4）以及待改进小区（指数为0 ~0.2）4个等级. 下面是三个小区4个方面指标的调查数据：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 小区  指标值  权重 | A小区 | B小区 | C小区 |
| 教育与文化（0.20） | 0.7 | 0.9 | 0.1 |
| 医疗与养老（0.20） | 0.7 | 0.6 | 0.3 |
| 交通与购物（0.32） | 0.5 | 0.7 | 0.2 |
| 休闲与健身（0.28） | 0.5 | 0.6 | 0.1 |

注：每个小区“15分钟社区生活圈”指数，其中为该小区四个方面的权重，为该小区四个方面的指标值（小区每一个方面的指标值为0~1之间的一个数值）.

现有100个小区的“15分钟社区生活圈”指数数据，整理得到如下频数分布表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 分组 | [0,0.2） | [0.2,0.4） | [0.4,0.6） | [0.6,0.8） | [0.8,1] |
| 频数 | 10 | 20 | 30 | 30 | 10 |

（Ⅰ）分别判断A，B，C三个小区是否是优质小区，并说明理由；

（Ⅱ）对这100个小区按照优质小区、良好小区、中等小区和待改进小区进行分层抽样，抽取10个小区进行调查，若在抽取的10个小区中再随机地选取2个小区做深入调查，记这2个小区中为优质小区的个数为*ξ*，求*ξ*的分布列及数学期望.

（20）（本小题共14分）

已知椭圆的右顶点，且离心率为．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）设为原点，过点的直线与椭圆交于两点，，直线和分别与直线交于点,．求△与△面积之和的最小值.

（21）（本小题共13分）

已知函数.

（Ⅰ）求曲线在点处的切线方程；

（Ⅱ）若函数有极小值，求证：的极小值小于.

（22）（本小题共14分）

给定整数，数列每项均为整数，在中去掉一项, 并将剩下的数分成个数相同的两组，其中一组数的和与另外一组数的和之差的最大值记为. 将中的最小值称为数列的特征值.

（Ⅰ）已知数列，写出的值及的特征值；

（Ⅱ）若，当，其中且 时，判断与的大小关系，并说明理由；

（Ⅲ）已知数列的特征值为，求的最小值.